

λ -calcul et logique informatique

guillaume.scerri@lmf.cnrs.fr

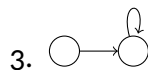
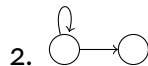
Exercice 1

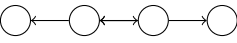
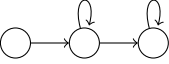
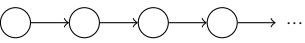
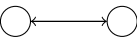
Parmi les termes suivants, indiquer lesquels sont α -équivalents et lesquels sont β -équivalents :

1. $(\lambda x. \lambda y. x) x$
2. $\lambda x. x$
3. $(\lambda x. \lambda x. x) x$
4. $(\lambda x. \lambda y. y) x$
5. $(\lambda x. \lambda y. y) (\lambda x. x)$

Exercice 2 (Graphes de réduction)

Pour chacun des graphes suivants, trouver un λ -terme qui a pour graphe de réduction ce graphe (si possible) ou alors expliquer pourquoi c'est impossible :



4. 
5. 
6. 
7. 
8. 

Exercice 3 (Booléens)

On code les booléens comme des projections dans le λ-calcul :

$$[\top] = \lambda x. \lambda y. x$$

$$[\perp] = \lambda x. \lambda y. y$$

Donner les encodages de la conjonction, la disjonction et la négation. Formellement, on cherche par exemple un terme A tel que $A [b] [b'] = [b \wedge b']$ pour tous booléens b et b' .

Exercice 4

1. Caractériser les termes M et N clos et β -normaux qui rendent l'équivalence vraie :

$$(\lambda x. \lambda y. M x) =_{\beta} (\lambda x. \lambda y. N y)$$

2. Donner une infinité de termes M clos et β -normaux tels que :

$$(\lambda z. \lambda s. s (M s z)) =_{\beta} (\lambda z. \lambda s. M s (s z))$$