Langages Formels - Grammaires et AAP

TD n°3

Isa Vialard
vialard@lsv.fr

April 4, 2024

Exercise 1 :

On s'intéresse ici à des automates dont l'alphabet de pile Γ est un singleton z.

1. Montrer que le langage $L = \{ \ a^n b^m c \ : \ 1 \leq m \leq n \ \}$ peut être accepté par pile vide et état final par un automate dont l'alphabet de pile est un singleton.
2. Montrer que le langage L ne peut pas être accepté par pile vide par un automate dont l'alphabet de pile est un singleton.

Exercise 2 :
Construire un AAP reconnaissant $\{ \ bin(n) \ \$ \ bin(n+1)^R \ : \ n \in \mathbb{N} \ \}$.

Exercise 3 : Déterministes et non ambigus

- Montrer que tout langage reconnu par un automate à pile déterministe est non ambigu
- Montrer que l'inclusion est stricte en considérant le langage $L = \{a^n b^n | n \geq 1\} \cup \{a^n b^{2n} | n \geq 1\}$.

Exercise 4 :

1. Montrer qu'un langage L est déterministe et préfixe ($L \cup L\Sigma^+ = \emptyset$) ssi il existe un automate déterministe qui accepte L par pile vide.
2. Montrer que pour les automates à pile déterministes, l'acceptation par pile vide est équivalente à l'acceptation par pile vide ET état final.

Contrôle continu

À rendre pour Jeudi 18/04.

Exercise 5 : Variantes d'automates à pile

Soit $A = (Q, \Sigma, Z, T, q_0, z_0, F)$ un automate à pile.

1. Montrer que l'on peut construire un automate à pile A' reconnaissant le même langage et tel que $T' \subseteq Q' \times Z \times (\Sigma \cup \{ \varepsilon \}) \times Q' \times Z^{\leq 2}$.
2. Montrer que l'on peut construire un automate à pile A'' équivalent à A tel que les mouvements de la pile sont uniquement du type push ou pop ou skip.

Exercise 6 :

1. Soit $A = (Q, \Sigma, Z, T, q_0, z_0, F, K)$ un automate à pile déterministe reconnaissant par sommet de pile et état final (une configuration (q, z) est acceptante si $(q, z) \in K \subseteq Q \times Z$). Montrer qu'on peut effectivement construire un automate à pile déterministe équivalent reconnaissant par état final.
2. Soit A un automate à pile déterministe. Montrer qu'on peut effectivement construire un automate à pile qui reconnaît le même langage et dont les ε-transitions sont uniquement effaçantes : $(p, x) \rightarrow_\varepsilon (q, \varepsilon)$.