

Langages Formels

TD 1

Isa Vialard
vialard@lsv.fr

January 20, 2023

Exercice 1 : Construction d'automates

On note $\Sigma = \{0, 1\}$.

1. Donner un automate qui reconnaît les langages :
 - (a) $L_1 = \{u \in \Sigma^* : \text{toute occurrence de } 1 \text{ est suivie de deux occurrences de } 0\}$
 - (b) $L_2 = \{u \in \Sigma^* : u \text{ ne contient pas deux occurrences successives de } 0\}$
 - (c) $L_3 = \{u \in \Sigma^* : \text{le nombre d'occurrences de } 1 \text{ est pair}\}$
2. Donner un automate qui reconnaît le langage des multiples de 3 en base 2 où la représentation des entiers est "big-endian" (i.e. les bits sont rangés du plus fort au plus faible).

Exercice 2 : Opérations et problèmes : questions de cours

1. Étant donné un langage reconnaissable, montrer que son complémentaire est encore reconnaissable.
2. Étant donnés deux langages reconnaissables montrer que leur union, intersection et différence sont encore des langages reconnaissables.
3. Étant donné un langage reconnaissable L , montrer que l'ensemble des suffixes des mots de L est encore reconnaissable.
4. L'appartenance du mot vide ε à un langage reconnaissable est-elle décidable ?
5. La vacuité d'un langage reconnaissable est-elle décidable ?
6. L'universalité d'un langage reconnaissable est-elle décidable ?

Exercice 3 : Arden Lemma

Let A, B be two languages.

1. Prove that the language $L = A^*B$ is the smallest solution to the equation:

$$X = (A \cdot X) \cup B$$

2. Prove that if $\varepsilon \notin A$, then it is the only solution.

Contrôle continu 1 - À rendre pour le 26/01

Chaque semaine vous aurez un contrôle continu pour la semaine suivante, à rendre au début du TD. Vous en rendez au moins trois, et votre note sera la moyenne des trois meilleurs.

Exercice 4 : Plus long préfixe commun

Étant donné un automate reconnaissant un langage L non vide, montrer que l'on peut calculer le plus long préfixe commun à tous les mots de L .

Exercice 5 : Star-free languages

Let $\Sigma = \{a, b\}$. The family of *star-free languages* is the smallest family including \emptyset , $\{\ell\}$ for every letter $\ell \in \Sigma$, and closed by union, complementation et concatenation.

1. Express the following languages as star-free languages:
 - (a) $\{\varepsilon\}$
 - (b) words containing the factor bab
2. Express $L_1 = (ab)^*$ as a star-free language.
3. Is $L_2 = (b^* + ab)^* + (b^* + ab)^*a$ a star-free language?